

Wstęp do logiki

Klasyczny Rachunek Zdań IV

WYPOWIEDŹ ARGUMENTACYJNA

(1) Ponieważ PRZESŁANKI, więc WNIOSEK.

Np. Ponieważ Zenek bał się przyznać do winy, więc skłamał.

Skoro PRZESŁANKI, więc WNIOSEK.

PRZESŁANKI, a zatem WNIOSEK.

PRZESŁANKI, dlatego WNIOSEK.

(2) WNIOSEK, gdyż PRZESŁANKI.

Np. Zenek skłamał, gdyż bał się przyznać do winy.

WNIOSEK, skoro PRZESŁANKI.

WNIOSEK, albowiem PRZESŁANKI.

WNIOSEK, bo PRZESŁANKI.

1. Orygenes (*Contra Celsum* VII, 15):

Jeśli wiesz że, umarłeś, to umarłeś. Jeśli wiesz że, umarłeś, to nie umarłeś. A zatem, nie wiesz, że umarłeś.

O dedukcyjnym charakterze tego wnioskowania przekonujemy się wykazując, że jest ono oparte na regule niezawodnej, a mianowicie:

$$\frac{p \rightarrow q, p \rightarrow \sim q}{\sim p}$$

Reguła ta wiąże się z prawem redukcji do absurdu.

2. Arystoteles:

Logika jest potrzebna. Jeśli bowiem nie jest potrzebna, to i tak jest potrzebna (aby prawidłowo uzasadnić, że nie jest potrzebna).

Reguła: $\frac{\sim p \rightarrow p}{p}$.

Jest ona oparta na prawie Claviusa: $(\sim p \rightarrow p) \rightarrow p$. Tzn. jest ona niezawodna.

Stąd przedstawione wnioskowanie jest dedukcyjne.

3. Kalif Omar (przed podpaleniem biblioteki Aleksandryjskiej):

Jeżeli księgi z tej biblioteki zawierają to samo, co jest w *Koranie*, to są niepotrzebne, i dlatego należy je spalić. Jeżeli natomiast nie zgadzają się z treścią *Koranu*, to są szkodliwe, i dlatego należy je spalić. Skoro księgi z tej biblioteki są niepotrzebne lub szkodliwe, więc należy je spalić.

O dedukcyjnym charakterze tego wnioskowania przekonujemy się wykazując, że jest ono oparte na regule niezawodnej:

$$\frac{(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow s), (\sim p \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s), q \vee r}{s}.$$

Reguła ta oparta jest na następującej tautologii:

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow s)] \wedge [(\sim p \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s)] \wedge (q \vee r) \rightarrow s.$$

4. Paradoks wszechmocy. Czy Bóg jest wszechmocny?

- P1. Bóg jest wszechmocny wtw może uczynić każdą rzecz.
- P2. Bóg może stworzyć kamień tak ciężki, że nie może go podnieść bądź nie może stworzyć takiego kamienia.
- P3. Jeżeli Bóg może stworzyć kamień tak ciężki, że nie może go podnieść, to nie może uczynić każdej rzeczy (bo nie może podnieść kamienia, o którym mowa).
- P4. Jeżeli Bóg nie może stworzyć kamienia tak ciężkiego, że nie może go podnieść, to nie może uczynić każdej rzeczy (bo nie może stworzyć owego kamienia).
- W. Bóg nie jest wszechmocny.

Reguła:
$$\frac{p \equiv q, r \vee \sim r, r \rightarrow \sim q, \sim r \rightarrow \sim q}{\sim p}$$

Tautologia? $(p \equiv q) \wedge (r \vee \sim r) \wedge (r \rightarrow \sim q) \wedge (\sim r \rightarrow \sim q) \rightarrow \sim p$

5. Soryt (łańcusznik) średniowiecznych żaków:

Kto pije, ten śpi. Kto śpi, ten nie grzeszy. Kto nie grzeszy, jest święty.

Zatem, kto pije, jest święty.

(Łac.) Qui bibit, dormit; qui dormit, non peccat; qui non peccat, sanctus est.

Ergo: qui bibit, sanctus est.

Reguła:
$$\frac{p \rightarrow q, q \rightarrow r, r \rightarrow s}{p \rightarrow s}$$

Tautologia? $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow s) \rightarrow (p \rightarrow s)$

Mając jakieś wnioskowanie w języku naturalnym, zastanawiamy się nad możliwością jego zapisu w języku KRZ. Omówię obecnie niektóre trudności takiego „przekładu”.

I. Wnioskowania przeprowadzane w języku naturalnym i naukowym zawierają często ukryte czy domyślne przesłanki. Wnioskujący czuje się zwolniony z obowiązku ich wymieniania, gdyż uznaje je za prawdy oczywiste lub banalne. Wnioskowania takie nazywamy **wnioskowaniami entymematycznymi** lub krótko – **entymematami**. Rekonstrukcja formalna takiego wnioskowania wiąże się z ujawnieniem tych domyślnych przesłanek. Wnioskowanie entymematyczne jest (formalnie) poprawne, jeśli wniosek wynika logicznie z przesłanek wyraźnie wskazanych i ukrytych.

Przykład. Następujące wnioskowanie jest entymematem:

Skoro Wacka nie ma ani w barze, ani u Zenka, więc nie dostał wypłaty.

Przesłanka ukryta: **Jeżeli Wacek dostał wypłatę, to jest w barze lub u Zenka. ■**

II. Inny problem dotyczy czegoś, co logicy nazywają **paradoksami implikacji materialnej**.

Przypomnijmy, wnioskowanie postaci:

Skoro $\alpha_1, \dots, \alpha_n$, więc β

jest formalnie poprawnym wnioskowaniem dedukcyjnym, jeśli wniosek wynika logicznie z przesłanek, czyli jeśli implikacja postaci:

$$\alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \rightarrow \beta$$

jest logicznie prawdziwa (tj. podpada pod jakąś tautologię). Można więc powiedzieć, że spójnik implikacji \rightarrow odpowiada relacji wynikania. Własności spójnika implikacji stają się źródłem wielu „śmiesznych” wnioskowań. Własności owe to:

- Implikacja jest prawdziwa zawsze ilekroć poprzednik jest fałszywy.
- Implikacja jest prawdziwa zawsze ilekroć następnik jest prawdziwy.

Przykładem takiego „śmiesznego” wnioskowania jest wnioskowanie Dunsza Szkota:

Sokrates jest i Sokrates nie jest, a więc kij stoi w kącie.

Do paradoksów implikacji materialnej zalicza się m.in. następujące prawa logiki klasycznej:

- $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ prawo poprzednika,
- $(p \wedge \sim p) \rightarrow q$ prawo Dunsza Szkota
- $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$,
- $q \rightarrow (p \vee \sim p)$.

III. Inny kłopot sprawiają „przekłady” spójników potocznych na spójniki języka KRZ. Rozważmy wnioskowanie:

Jeżeli będę głodny, to zjem obiad. A zatem, jeśli nie zjem obiadu, to nie będę głodny.

Jeśli wnioskowaniu temu przyporządkujemy prawo transpozycji, to dojdziemy do wniosku, że jest ono formalnie poprawnym wnioskowaniem dedukcyjnym, co kłóci się z naszą intuicją. Źródłem występującej tu trudności jest ujmowanie we frazach języka naturalnego mających postać zdania warunkowego treści wskazujących na zachodzenie związku przyczynowego, czego nie ujmuje spójnik implikacji.

Analogicznie w przypadku wnioskowania:

Ziuta wyszła za mąż i urodziła dziecko. A więc, Ziuta urodziła dziecko i wyszła za mąż.

Jeśli rekonstruując owo wnioskowanie spójnikowi „i” przyporządkujemy koniunkcję, to będzie ono przebiegać wedle prawa przemienności koniunkcji, co każe – wbrew intuicji – uznać je za formalnie poprawne wnioskowanie dedukcyjne. Koniunkcja jednak nie ujmuje następstwa czasowego, które ujmuje spójnik „i” występujący w przesłance i wniosku rozważanego wnioskowania. Dlatego rekonstruując owo wnioskowanie należałoby ów spójnik odczytać jako „a potem”. Wymaga to wówczas zastosowania innego rachunku niż KRZ. KRZ jest zbyt ubogi, aby to wnioskowanie opisać.

Podsumowując: Na to, aby utrzymać, że jakieś wnioskowanie zapisane w języku naturalnym nie jest dedukcyjne, trzeba mieć pewność, że został dokonany trafny przekład tego wnioskowania na język KRZ.

BŁĘDY WNIOSKOWANIA

- **Błąd materialny**: błąd wnioskowania popełniany wtedy, gdy do uzasadnienia wniosku użyto fałszywej przesłanki.
- **Błędne koło** (łac. *circulus vitiosus*): błąd wnioskowania polegający na wykorzystaniu do uzasadnienia danego wniosku samego tego wniosku bądź zdania trywialnie z nim synonimicznego.

Przykład. Dusza jest nieśmiertelna, gdyż dusza nigdy nie umiera. ■

Częściej błąd ten spotyka się w argumentacjach składających się z kilku kroków; np. do uzasadnienia twierdzenia α używa się twierdzenia β , a do uzasadnienia β używa się α .

Przykład. Ludzie są niegodziwi, bo natura ludzka jest zepsuta, a to, że natura ludzka jest zepsuta, poznać najlepiej po niegodziwości ludzi. ■

- **Błąd formalny**: błąd wnioskowania powstający wtedy, gdy wnioskujący jest przekonany, że wnioskuje dedukcyjnie, tymczasem reguła, wedle której przeprowadza wnioskowanie jest zawodna, tj. wniosek nie wynika logicznie z przesłanek (nawet po uwzględnieniu przesłanek ukrytych).

Przykłady.

- Błąd wnioskowania z prawdziwości następnika implikacji: $\frac{p \rightarrow q, q}{p}$.

Jeżeli lekarstwo było skuteczne, to chory wyzdrowiał. A ponieważ chory wyzdrowiał, więc lekarstwo było skuteczne.

- Błąd wnioskowania z negacji poprzednika implikacji: $\frac{p \rightarrow q, \sim p}{\sim q}$.

Jeżeli Zenek jest zazdrosny, to jest zakochany. Na szczęście nie jest zazdrosny. A zatem, nie jest również zakochany.

- Błędna transpozycja: $\frac{p \rightarrow q}{\sim p \rightarrow \sim q}$.

Jeżeli oskarżony jest winny, to był na miejscu zbrodni. Stąd, jeżeli nie jest on winny, to nie był na miejscu zbrodni.