

Wstęp do logiki

Semiotyka cd.

Gramatyka katedralna jest teorią formy logicznej wyrażeń. Wyznacza ją zadanie sporządzenia teoretycznego opisu związków logicznych takich jak wynikanie, równoważność, wzajemna sprzeczność itp. Podanie efektywnych metod ustalania związków tego rodzaju wymaga przypisania zdaniom odpowiednich struktur. Autorem przedstawionego tu podejścia – posiadającego obecnie wiele odmian – jest Kazimierz Ajdukiewicz. Opiera się ono na następujących intuicjach:

- Każde poprawnie zbudowane wyrażenie złożone składa się z **członu niezupełnego**, który organizuje jego strukturę (zwanego **funktorem**), oraz **członów uzupełniających** (zwanych **argumentami** funktora):



- Rolę wyrażen w związkach funktorowo-argumentowych można scharakteryzować przypisując tym wyrażeniom indeksy strukturalne w ten sposób, że indeks funktora określa indeksy argumentów, jak i indeks wyrażenia złożonego z tego funktora i jego argumentów.
- Wyrażenia posiadające ten sam indeks należą do tej samej **kategorii gramatycznej**, tzn. są wzajemnie zastępowalne w kontekstach zdaniowych z zachowaniem gramatyczności.

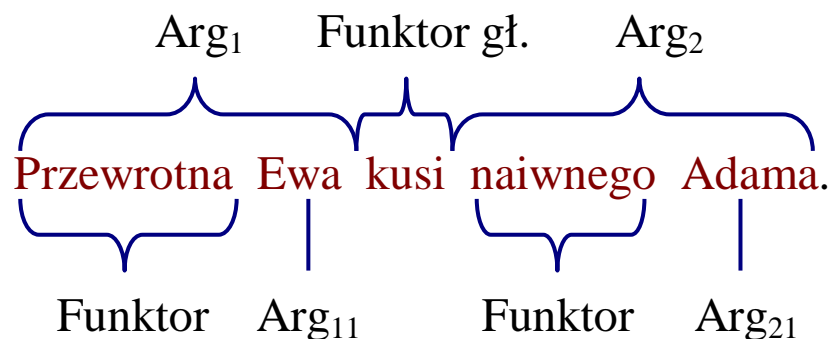
Wszystkie wyrażenia prócz elementów słownika składają się z części np. w skład zdania

Ewa kusi Adama

wchodzą wyrazy: **Ewa**, **kusić**, **Adam** (wzięte w odpowiednich formach). Rozważane zdanie można traktować jako złożenie tych wyrazów:

Ewa + kusić + Adam.

Poszczególne części tworzące wyrażenie złożone nie są względem siebie równorzędne. Strukturę rozważanego zdania organizuje czasownik **kusi**. Jest on członem niezupełnym, tj. funktorem, natomiast imiona **Ewa** i **Adam** są członami uzupełniającymi, tj. jego argumentami. Argumenty funktora same mogą być wyrażeniami złożonymi, wtedy znów można w nich wyróżnić funktor i jego argumenty:



Z rozważanego zdania zastępując jedną jego część np. **kusi** przez inne wyrażenie np. **kocha** otrzymamy nowe zdanie. Proces zastępowania jednych części wyrażen przez inne, zachowujący zasadnicze właściwości gramatyczne wyrażenia będącego punktem wyjścia, nazywamy **podstawianiem**.

Ogólnie: każde wyrażenie danego języka można otrzymać z innych wyrażen tego języka za pomocą pewnych operacji składniowych takich, jak podstawianie i konkatenacja (łączenie), w ten sposób, że zostały one użyte skończenie wiele razy oraz żadne ich użycie nie wyprowadza poza zbiór wyrażen tego języka.

Podstawienia prowadzą często do nonsensu. Wyrażenia różnią się bowiem niekiedy wyraźnie swoją rolą gramatyczną. Jeżeli w zdaniu

Każdy doświadczony kierowca jest ostrożny

wstawimy w miejsce słowa „kierowca” kolejno:

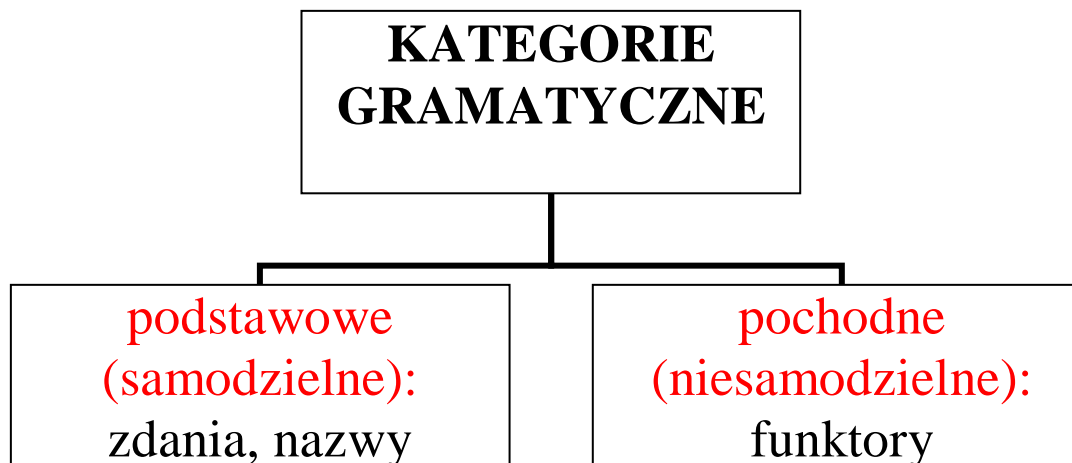
saper, kobieta, zwierz,

to otrzymamy w efekcie nowe poprawne zdania; ale wstawienie np. wyrażenia „czyta” prowadzi do bezładu składniowego (nonsensu). Wyrażenia „kierowca” i „czyta” pełnią odmienne funkcje gramatyczne. Przyjęto w takich przypadkach mówić o różnicy kategorii gramatycznej. Pojęcie kategorii gramatycznej jest tu podstawowe.

Przyjmijmy, że dwa wyrażenia należą do tej samej kategorii gramatycznej, jeżeli są wzajemnie zastępowalne w dowolnym wyrażeniu złożonym bez utraty poprawności gramatycznej tego wyrażenia.

Zauważmy, że pojęcie gramatyczności musi być zawsze zrelatywizowane do jakiegoś konkretnego języka, a co za tym idzie, zestawy kategorii gramatycznych różnych języków mogą wyglądać – przynajmniej do pewnego stopnia – różnie. A zatem:

DEF. 3. **Kategorią gramatyczną** wyrażenia α z języka J nazywamy zbiór tych wszystkich wyrażeń tego języka, którymi możemy bez utraty poprawności gramatycznej zastąpić wyrażenie α w dowolnym wyrażeniu β języka J .



Wszystkie nazwy zaliczamy tu do jednej kategorii i przyjmujemy, że nazwą jest to, co zwykle określa się jako **nazwa jednostkowa**, czyli taka, która oznacza (desygnuje) dokładnie jeden przedmiot. Grupę kategorii pochodnych tworzą funktory różnych rodzajów. Można je podzielić biorąc pod uwagę:

- (A) Jakiego rodzaju wyrażenia wytwarzają wraz ze swymi argumentami?
- (B) Jakich argumentów potrzebują i w jakiej ilości?

Z uwagi na (A) wyróżniam funktory:

- zdaniotwórcze,
- nazwotwórcze,
- funktorotwórcze.

Z uwagi na (B) wyróżniamy funktory:

- od argumentów zdaniowych,
- od argumentów nazwowych,
- od argumentów, będących funktorami.

Zasada tworzenia indeksów:

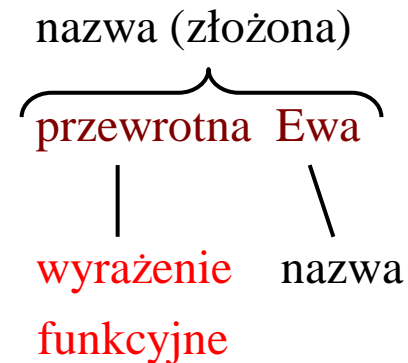
- przyjmujemy, że zdania mają indeks „z”, a nazwy indeks „n”;
- indeksy funktorów mają zawsze postać ułamka: w liczniku występuje indeks wyrażenia utworzonego, w mianowniku występują indeksy argumentów.



Kategorię wyrazu „kusi” możemy określić w następujący sposób: jest on funktorem, który tworzy zdanie w połączeniu z dwiema nazwami.

Funktory, które łącznie z jedną bądź kilkoma nazwami tworzą zdanie nazywamy **predykatami**. W zależności od tego z iloma nazwami tworzą zdanie wyróżniamy predykaty 1-argumentowe, 2-argumentowe itd.

Przykłady. Predykaty 1-argumentowe: *śpi, jest altruistą.* z/n
 Predykaty 2-argumentowe: *jest przyjacielem, śpi z.* z/nn
 Predykaty 3-argumentowe: *... leży między ... a* z/nnn ■



Kategorię wyrazu „przewrotna” możemy określić następująco: jest on funktorem, który tworzy nazwę w połączeniu z jedną nazwą.

Wyrażenia, które łącznie z jedną bądź kilkoma nazwami tworzą na powrót nazwę będziemy nazywać **wyrażeniami funkcyjnymi** (lub krótko: **funktorami**). W zależności od tego z iloma nazwami tworzą nazwę wyróżniamy wyrażenia funkcyjne 1-argumentowe, 2-argumentowe itd.

Przykłady. Wyrażenia funkcyjne 1-argumentowe: **ojciec**, **stolica**. n/n

Wyrażenia funkcyjne 2-argumentowe: **iloczyn ... i ...** . n/nn ■

predykat (2-argumentowy)


Ewa podstępnie kusi Adama.
?

Kategorię wyrazu „podstępnie” możemy określić w następujący sposób: jest on **funktorem funktorotwórczym**, tj. tworzy predykat (2-argumentowy) wraz z jednym predykatem (2-argumentowym). Możemy mu przypisać indeks postaci $(z/nn)/(z/nn)$.



Kategorię słówka „i” możemy określić w następujący sposób: jest ono funktorem, który tworzy zdanie w połączeniu ze zdaniami.

Wyrażenia, które łącznie z jednym bądź kilkoma zdaniami tworzą na powrót zdanie będziemy nazywać **spójnikami**. W zależności od tego z iloma zdaniami tworzą zdanie wyróżniamy spójniki 1-argumentowe, 2-argumentowe itd.

Przykłady. Spójniki 1-argumentowe: nieprawda, że ..., możliwe, że z/z

Spójniki 2-argumentowe: oraz, lub, jeżeli ..., to ..., ani ..., ani z/zz ■

Dygresja. Wyrażenie, które jest spójnikiem w sensie logicznym nie musi być spójnikiem w sensie gramatycznym i na odwrót. ■

Zdanie, które otrzymujemy w wyniku dopisania zdania lub kilku zdań do spójnika nazywamy **zdaniem złożonym**. Zdanie, które nie jest złożone, czyli w którym nie występują spójniki nazywamy **zdaniem prostym**. Zdaniem prostym jest np.

Ewa kusi Adama,

zaś zdaniem złożonym jest np.

Jeśli Ewa będzie przebiegła, to Adam ulegnie jej namowom.

W każdej gramatyce chodzi przede wszystkim o zdobycie metod rozpoznawania, czy dane wyrażenie jest poprawnie zbudowane oraz o sformułowanie reguł tworzenia poprawnych gramatycznie wyrażen. Poprawne są te wyrażenia, które potrafimy odpowiednio zaklasyfikować, tzn. wyrażenie w jest poprawnie zbudowane, gdy istnieje indeks $t \in T$ taki, że w jest wyrażeniem o kategorii t (T – zbiór indeksów). Metodą sprawdzania, czy dane wyrażenie jest poprawne jest metoda skracania indeksów.

Przykład.

z	z/zz	z
Ojciec Zenka śpi i (on) głośno chrapie.		
n/n	n	z/n
n	$(z/n)/(z/n)$	z/n

z/zz

Ojciec	Zenka	śpi	i	(on)	głośno	chrapie.	■
n/n	n	z/n	n	$(z/n)/(z/n)$	z/n		

Dygresja. Zwróćmy uwagę, że poprawność gramatyczna nie jest tym samym, co poprawność semantyczna (sensowność), np. wyrażenie „Ewa kusi Adama” jest poprawne gramatycznie i semantycznie (ma spójne znaczenie), a wyrażenie „Ewa dokreca Adama” jest poprawne gramatycznie, ale jest niepoprawne semantycznie. ■

Chcąc natomiast nadać gramatyce kategoryjalnej postać generatywną należy każdy indeks zaopatrzyć w odpowiednie **reguły przepisywania** o postaci (strzałkę czytamy jako: przepis):

$$t \rightarrow (t/c_1, \dots, c_n, d_1, \dots, d_m) + c_1 + \dots + c_n + d_1 + \dots + d_m .$$